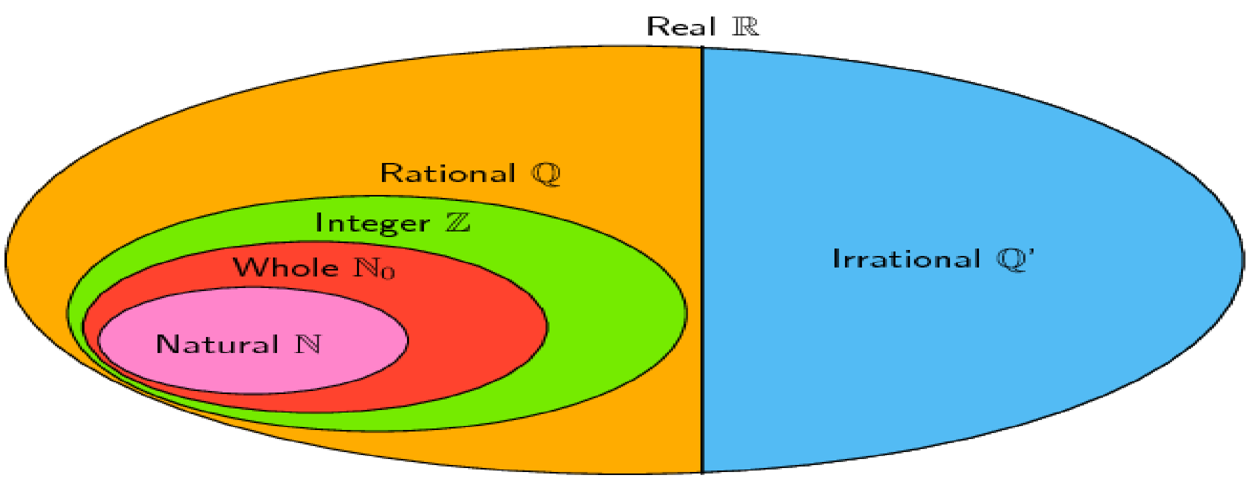
REAL NUMBERS

GRADE 11
UNIT 01
FIRST TERM



SUJEEWA AMARATUNAGA

NATIONAL DIPLOMA IN TEACHING (MATHS SP.)

B.Ed (MATHS)

Msc (EDUCATION)

තාත්වික සංඛ්‍යා

REAL NUMBERS

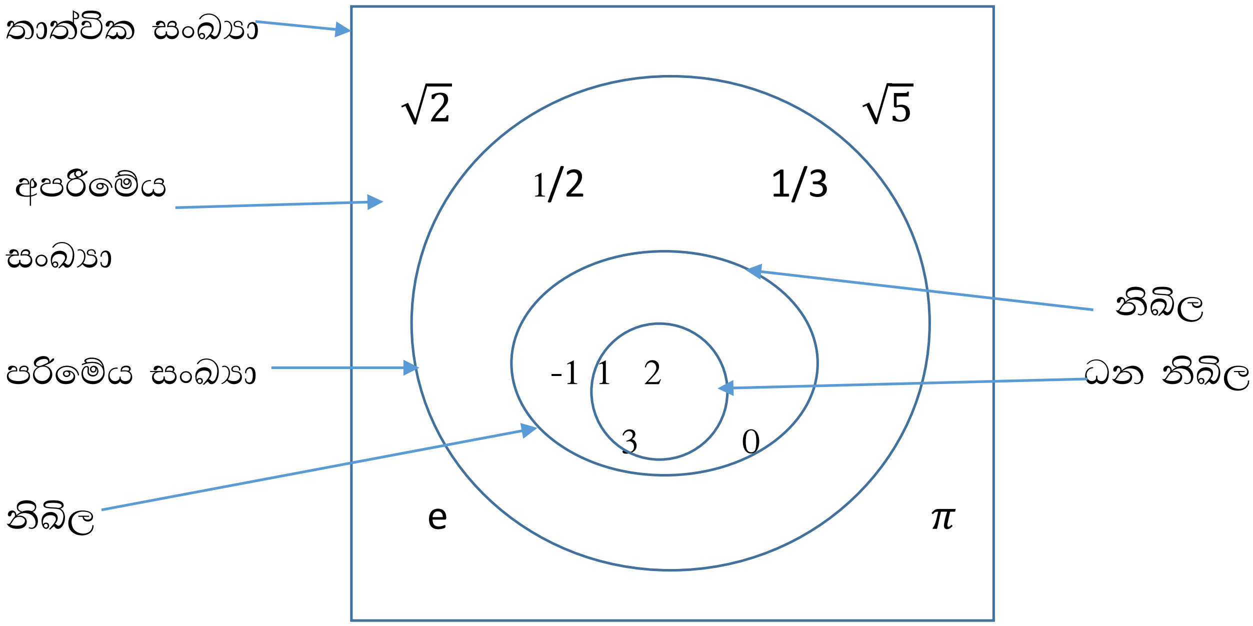
සංඛ්‍යා ප්‍රධාන වශයෙන් කොටස් 2කි.

1.තාත්වික සංඛ්‍යා Real Numbers

2.අතාත්වික සංඛ්‍යා Imaginary Numbers

මෙම පාඩමේ දී අප සාකච්ඡා කරනු ලබන්නේ තාත්වික සංඛ්‍යා පිළිබඳව පමණි.

සංඛ්‍යා
- තාත්වික සංඛ්‍යා (R)
  - පරිමේය සංඛ්‍යා
    - නිඛිල
      - ධන
      - සෘණ
      - ශූන්‍ය
    - භාග
      - සාමාන්‍ය
      - විෂම
      - මිශ්‍ර
    - දශම
      - අන්ත
      - සමාවර්ත
  - අපරීමේය සංඛ්‍යා
    - කරණී
      - කරණී
      - අඛිල කරණී
    - අනන්ත දශම
- අතාත්වික සංඛ්‍යා (I)



පරිමේය සංඛ්‍යා (Rattional Numbers)

$\frac{a}{b}$ (b≠0) ආකාරයට ලිවිය හැකි ඕනෑම සංඛ්‍යා කුලකයක් පරිමේය සංඛ්‍යා වේ.

මෙහි කොටස් 3කි.

1.නිඛිල

2.භාග

3.දශම

උදා: -5, 1, $\frac{-3}{2}$, $\frac{-4}{5}$, $\frac{3}{17}$ ....

අපරිමේය සංඛ්‍යා (IRRATIONAL NUMBERS)

සංඛ්‍යාත්මක වර්ගමූලයක් (යම් මූලයක පිළිතුර පූර්ණ නොවන විට)හෙවත් කරණීය යන අවස්ථා වේ.

උදා: .142315......... , $\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, π,.......

සමාවර්ථ දශම (Recurring Decimals)

- යම්කිසි භාගයක් සුළු කිරීමේ දී ලැබෙන දශම සංඛ්‍යා 1 ක් හෝ කිහිපයක් නැවත නැවත යෙදේ නම්, එවැනි දශම සංඛ්‍යා සමාවර්ථ දශම සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි.
- බෙදී අවසන් වන සංඛ්‍යා අන්ත දශම ලෙස හඳුන්වයි.

උදා: $\frac{1}{2}$ = 0.5 අන්ත දශම

$\frac{1}{4}$ = 0.25 අන්ත දශම

$\frac{3}{5}$ = 0.6 අන්ත දශම

$\frac{5}{8}$ = 0.625 අන්ත දශම

$\frac{1}{3}$ = 0.3333............

මෙවැනි දශම සංඛ්‍යා කැටිකර දැක්විය හැක.

$0.3333\ldots\ldots\ldots = 0.\dot{3}$

මෙය කියවනු ලබන්නේ 'බිංදුවයි දශම සමාවර්ථ තුන ' ලෙසය.

$12.444\ldots\ldots = 12.\dot{4}$

$2.1313\ldots\ldots = 2.\dot{1}\dot{3}$

$5.11133.... \qquad = \; 5.111\dot{3}$

කරණි (surds)

- පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක පිළිතුරක් ලැබෙන ඕනෑම මූලයක් කරණියක් ලෙස හඳුන්වයි.

මූල යනු

$\sqrt{}$ - වර්ගමූලය (දෙවන මූලය)

$\sqrt[3]{}$ - ඝන මූලය (තුන්වන මූලය)

$\sqrt[4]{}$ - හතරවන මූලය .... ආදිය වේ.

ඒ අනුව $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, වැනි මූලයන් කරණි ලෙස හඳුන්වයි.

එම කරණි වල පිළිතුරු අනන්ත දශම වේ.

උදා: $\sqrt{2} \;=\; 1.414213562373........$

$\sqrt{3} \;=\; 1.7320508076...........$

$\sqrt{5} \;=\; 2.2360679775..........$ ආදී ලෙස වේ.

මෙය පහසුවෙන් හඳුනාගත හැකි වන්නේ නිශ්චිත සංඛ්‍යාවක් නැවත යෙදෙන විට ඊට පසු අගය වෙනස් වීමෙනි.

උදා: $\sqrt{2} = 1.4142$ මෙහි 4 යන සංඛ්‍යාවට පසු ඇති අගයන් එකිනෙකට වෙනස් ය.

$\sqrt{3} = 1.732050807$ මෙහි 0 යන සංඛ්‍යාවට පසුව ඇති අගයන් එකිනෙකට වෙනස් ය.

මෙලෙස කරණි ප්‍රධාන කොටස් 2 කි.

1. අබිල කරණි (Entire surds)
2. කරණි (surds)

තව දුරටත් සුළු කළ යුතු කරණි අබිල කරණි නම් වේ.

උදා: √20, √162, √128....... ආදිය

අබිල කරණියක් කරණියක් ලෙස දැක්වීම

- එවැනි අබිල කරණි පූර්ණ වර්ග භාවිතයෙන් හැකිතාක් සුළු කිරීමෙන් ලැබෙන පිළිතුර කරණියක් නම් වේ.

- අබිල කරණිය තුල ඇති සංඛ්‍යාව කුඩාම ප්‍රථමක සංඛ්‍යා ඇසුරෙන් හැකිතාක් බෙදා එහි මූලය සෙවිය යුතුය.

උදා: $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2}$

$= \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$\sqrt{20} = \sqrt{2 \times 2 \times 5}$

$= \underline{\underline{2\sqrt{5}}}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\sqrt{128} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|r}
2 & 128 \\ \hline
2 & 64 \\ \hline
2 & 32 \\ \hline
2 & 16 \\ \hline
2 & 8 \\ \hline
2 & 4 \\ \hline
2 & 2 \\ \hline
 & 1
\end{array}$$

කරණියක් අබිල කරණියක් ලෙස දැක්වීම

මෙහි දී මූලයට පෙර තිබෙන පූර්ණ සංඛ්‍යාව වර්ග කර මූලය තුළ ගුණ කළ යුතුය.

උදා: 1. $3\sqrt{2}$

$$= \sqrt{3^2 \times 2}$$

$$= \sqrt{9 \times 2}$$

$$= \sqrt{18}$$

2. $5\sqrt{5}$

$$= 5^2 \times 5$$

$$= \sqrt{25 \times 5}$$

$$= \sqrt{125}$$

3. $10\sqrt{10}$
$\sqrt{10^2 \times 10}$
$\sqrt{100 \times 10}$
$\sqrt{1000}$

කරණි එකතුකිරීම හා අඩු කිරීම

කරණි එකතුකිරීම හා අඩු කිරීම සඳහා මූලය තුළ පවතින සංඛ්‍යා සමාන විය යුතුය.

උදා: $2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

මෙහි $\sqrt{3}$ හා $\sqrt{2}$ අසමාන බැවින් එකතු කළ නොහැක. එසේම අඩු කිරීම ද කළ නොහැක.

$2x + 3x = 5x$ වන්නා සේම

උදා: $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

උදා: $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

උදා: $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

උදා: $2\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$= \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

උදා: $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

උදා: $5\sqrt{2} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{3}$

කරණි ගුණ කිරීම

පූර්ණ සංඛ්‍යා, පූර්ණ සංඛ්‍යා වලින් ද මූලයන්, මූල වලින් ද ගුණ කළ යුතුය.

උදා: $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$

$(5\times 2)\ (\sqrt{3 \times 2}\,)$

$10\sqrt{6}$

උදා: $2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$2\sqrt{6}$

එහෙත් සමහර විට ලැබෙන මූලයන් තුල ඇති මූල සුළු කර අවසන් පිළිතුර හැකිතාක් සරල කර දැක්විය යුතුය.

උදා: $3\sqrt{6} \times 5\sqrt{2}$

$= 15\sqrt{12}$ (මෙහි $\sqrt{12}$ නැවත සුළුකළ හැක)

$\sqrt{12} = \sqrt{2 \times 2 \times 3}$

$15\times 2\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}$

$\underline{\underline{30\sqrt{3}}}$

උදා: $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

$\sqrt{36}$

කරණි බෙදීම

ගුණ කිරීමේ දී මෙන්ම පූර්ණ සංඛ්‍යා පූර්ණ සංඛ්‍යා වලින් ද මූලයන් මූල වලින් ද බෙදිය යුතුය.

උදා: $\dfrac{6\sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{6}$

උදා: $\dfrac{5\sqrt{20}}{2\sqrt{2}}$

$\dfrac{5\sqrt{10}}{2}$

බෙදීමේ දී ලැබෙන මූලයන් හැකිතාක් සරල කර දැක්වීම අනිවාර්ය වේ.

උදා: $\dfrac{5\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{5\sqrt{4}}{2}$

$\dfrac{5\times \cancel{2}}{\cancel{2}}$

5

උදා: $\dfrac{3\sqrt{6} \times 4\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$

$\dfrac{12\sqrt{18}}{6\sqrt{2}}$

$2\sqrt{9}$

2×3

6

හරය පරිමේය කිරීම

සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම ඔබට මතක ඇතැයි සිතමි.එහිදී සිදුවුයේ ද හරය පරිමේය කිරිමකි.

උදා: $\frac{3}{0.1} = \frac{3}{0.1} \times \frac{10}{10}$

$\frac{30}{1}$

30

එලෙසම , කරණී වල දී හරය පරිමේය කිරීමට නම් හරයේ ඇති

උදා: $\frac{5}{\sqrt{2}}$

$\frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ $(\sqrt{2}) \times \sqrt{2}\,)$

=2

උදා: $\frac{5}{3\sqrt{2}}$

$\frac{5}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

$\frac{5\sqrt{2}}{6}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{4}}$

$\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$

$\frac{3\sqrt{6}}{4}$

Exercise 1.1

1. For each of the following rational numbers state whether it is a finite decimal or a recurring decimal. Express the fractions which are recurring decimals in decimal form and then write them in a concise form.

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{5}{5}$ c. $\frac{3}{7}$ d. $\frac{5}{9}$ e. $\frac{5}{21}$ f. $\frac{7}{32}$

g. $\frac{19}{33}$ h. $\frac{13}{50}$ i. $\frac{7}{64}$ j. $\frac{5}{18}$ k. $\frac{15}{128}$ l. $\frac{41}{360}$

Exercise 1.2

1. State whether the following real numbers as rational numbers or irrational numbers.

a. $\sqrt{2}$ b. $\sqrt{25}$ c. $\sqrt{6}$ d. $\sqrt{11}$ e. 6.52

2. Determine whether each of the following statement is true or false.

a. Any real number is a finite decimal or an infinite decimal.
b. There can be rational numbers with infinite decimals representations.
c. Any real number is a recurring decimal or an infinite decimal.
d. 0.010110111011110... is a rational number.

Exercise 1.3

Convert the following entire surds into surds.

a. $\sqrt{20}$ b. $\sqrt{48}$ c. $\sqrt{72}$ d. $\sqrt{28}$

e. $\sqrt{80}$ f. $\sqrt{45}$ g. $\sqrt{75}$ h. $\sqrt{147}$

Convert the following surds into entire surds.

a. $2\sqrt{3}$ b. $2\sqrt{5}$ c. $4\sqrt{7}$ d. $5\sqrt{2}$ e. $6\sqrt{11}$

Exercise 1.3

Convert the following entire surds into surds.

a. $\sqrt{20}$ b. $\sqrt{48}$ c. $\sqrt{72}$ d. $\sqrt{28}$

e. $\sqrt{80}$ f. $\sqrt{45}$ g. $\sqrt{75}$ h. $\sqrt{147}$

Convert the following surds into entire surds.

a. $2\sqrt{3}$ b. $2\sqrt{5}$ c. $4\sqrt{7}$ d. $5\sqrt{2}$ e. $6\sqrt{11}$

3. Simplify.

a. $\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

b. $\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{7}$

c. $4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

d. $6\sqrt{11} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{11} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$

e. $8\sqrt{3} + 7\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

4. Rationalise the denominator of the following fractions.

a. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ b. $\frac{5}{\sqrt{3}}$ c. $\frac{5}{\sqrt{7}}$ d. $\frac{12}{2\sqrt{3}}$ e. $\frac{27}{3\sqrt{2}}$

f. $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ g. $\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{7}}$ h. $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ i. $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

5. Simplify.

a. $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$ b. $5\sqrt{11} \times 3\sqrt{7}$ c. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

d. $4\sqrt{7} \div 2\sqrt{14}$ e. $6\sqrt{27} \div 3\sqrt{3}$ f. $\sqrt{48} \div 5\sqrt{3}$

6. Simplify.

a. $2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{7} + 3\sqrt{28}$

b. $3\sqrt{63} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{27} + 3\sqrt{3}$

c. $2\sqrt{128} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{162} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

d. $\sqrt{99} - 2\sqrt{44} + \frac{110}{\sqrt{11}}$

e. $\frac{\sqrt{20}}{2} - \sqrt{5}$

Exercise 1.1

1. For each of the following rational numbers state whether it is a finite decimal or a recurring decimal. Express the fractions which are recurring decimals in decimal form and then write them in a concise form.

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{5}{5}$ c. $\frac{3}{7}$ d. $\frac{5}{9}$ e. $\frac{5}{21}$ f. $\frac{7}{32}$

g. $\frac{19}{33}$ h. $\frac{13}{50}$ i. $\frac{7}{64}$ j. $\frac{5}{18}$ k. $\frac{15}{128}$ l. $\frac{41}{360}$